

Entsprechungen zwischen		
Wurzeln	Potenzen	Logarithmen
$b = \sqrt[x]{p}$	$p = b^x$	$x = \log_b(p)$
$\sqrt[x]{p} \cdot \sqrt[x]{q} = \sqrt[x]{p \cdot q}$ $\frac{\sqrt[x]{p}}{\sqrt[x]{q}} = \sqrt[x]{\frac{p}{q}}$	$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$ $\frac{a^x}{b^x} = \left(\frac{a}{b}\right)^x$	(nicht merkwürdig)
(nicht merkwürdig)	$b^x \cdot b^y = b^{x+y}$ $\frac{b^x}{b^y} = b^{x-y}$ $\rightarrow b^{-y} = b^{0-y} = \frac{b^0}{b^y} = \frac{1}{b^y}$	$\log_b(p \cdot q) = \log_b(p) + \log_b(q)$ $\log_b\left(\frac{p}{q}\right) = \log_b(p) - \log_b(q)$
$\sqrt[x]{\sqrt[y]{p}} = \sqrt[xy]{p}$	$(b^x)^y = b^{x \cdot y}$ $\rightarrow b^{\frac{1}{y}} = \sqrt[y]{b}$	$\log_b(p^y) = y \cdot \log_b(p)$ $\rightarrow \log_a(p) = \log_b(p) / \log_b(a)$

Herleitungen der Logarithmengesetze: Es seien $p = b^x$ und $q = b^y$, d.h. auch $x = \log_b(p)$ und $y = \log_b(q)$

$$\log_b(p \cdot q) = \log_b(b^x \cdot b^y) = \log_b(b^{x+y}) = x + y = \log_b(p) + \log_b(q)$$

$$\log_b(p/q) = \log_b(b^x/b^y) = \log_b(b^{x-y}) = x - y = \log_b(p) - \log_b(q)$$

$$\log_b(p^y) = \log_b((b^x)^y) = \log_b(b^{x \cdot y}) = x \cdot y = y \cdot \log_b(p)$$

Es sei $z = \log_a(p)$, also $p = a^z$. Logarithmieren dieser Gleichung zur Basis b ergibt:

$$\log_b(p) = \log_b(a^z) \Leftrightarrow \log_b(p) = z \cdot \log_b(a) \Leftrightarrow z = \log_b(p) / \log_b(a) \Leftrightarrow \log_a(p) = \log_b(p) / \log_b(a)$$

Taschenrechner: Liefert direkt nur den dekadischen Logarithmus zur Basis 10 (Taste $\lg(x)$ oder $\log(x)$) und den natürlichen Logarithmus zur Basis „Eulersche Zahl“ $e \approx 2,71828$ (Taste $\ln(x)$)

Berechnung von beliebigem $\log_b(p)$ über $\boxed{\log_b(p) = \ln(p) / \ln(b)}$ (alternativ: $\log_b(p) = \lg(p) / \lg(b)$)